カオス理論を用いたX線ディジタル画像の情報量算出法

石山貴規[*1]，今井國治[*1]，池田充[*1]，遠地志太[*2]

＜要旨＞
従来、医用画像の画質は、MTF やNPS と言った方法で評価されてきた。しかし、医用画像のディジタル化が進む中、これまでにはなかった様々な問題点が付加されてきたため、従来法による画質評価が困難となってきた。そこで本研究では、近年、時系列現象の解析に適用され、情報理論とも密接に関連しているカオス理論に着目し、この理論から導き出される平均情報損失量（リアプノフ指数）及びあいまい度を物理的評価指標とする画質評価法を考案した。さらに、視覚評価法の一つである C-D 解析を実施した上で、本提案法の信頼性について検討した。その結果、あいまい度が上昇すると、視覚によるコントラスト分解能は低下した。また、リアプノフ指数はC-D 解析の評価指標である IQF と等価な指標であることがわかった。以上のことから、本提案法は視覚による画質評価と類似した結果を与えることが明らかとなり、臨床的に有益な評価法であることが示唆された。

キーワード：カオス理論，情報理論，リアプノフ指数，あいまい度

1. はじめに

Computed Radiography（CR）の出現以来、医用画像のディジタル化が急速に進み、Flat Panel Detector (FPD) と言った様々な医用画像診断システムが開発されるようになった。この医用画像のディジタル化は、単に、診断性能を向上させただけでなく、X 線検査自体も容易にした。その結果、従来の増感紙／フィルム系の検査のような条件ミスから生じる再撮影も減り、患者の無用な肉体的負担及び診療のコストパフォーマンスを著しく改善させた。さらに、これらのディジタル画像は、増感紙／フィルム系とは違い、自由にコントラストやラチチュードを変化させることができる。それ故、X 線検査における被曝量の軽減にも役立つのではないかと期待されている。ところが、X 線線量を軽減すると、解像力の低下や画像ノイズの増加と言った問題点が生じるため、容易に線量を軽減することができない。このことから、低線量によるX線検査を実施するためには、まず、線量と画質との関係を明らかにすることが、臨床上、非常に重要になってくる。

これまで医用画像の画質は、MTF や NPS

*1 名古屋大学医学部保健学科
[〒461-8673 名古屋市東区大幸南 1-1-20]
e-mail: imai@met.nagoya-u.ac.jp
*2 大阪大学医学部付属病院

と言った方法で評価が行われてきた。しかし、医用画像のディジタル化が進む中、これまでにはなかった Aliasing や Shift-invariance といったディジタル画像特有の問題が付加されてきたため、従来の方法で画質評価を行うことが困難となってきた。更に、従来の画質評価法は煩雑であり、臨床現場で日常的に行うことが難しく、その点からもディジタル画像に適した新たな画質評価法を考案することは重要である。

近年、金融工学等の時系列現象の解析にカオス理論が用いられるようになった。この理論は、決定論的システムが作り出す予測不可能な現象を取り扱う理論で、情報理論とも密接に関連していることが指摘されている。そこで、もし、ディジタル医用画像にカオス性があれば、情報理論的観点から医用画像の画質評価が可能になり、臨床的に有益な画質評価法になるのではないかと考えられる。

そこで本研究では、カオス理論から導き出される平均情報損失量（リアプノフ指数）とあいまい度を物理的評価指標とする画質評価法を考案した。さらに、この物理的評価指標の信頼性を検証するため、視覚評価法の一つである Contrast-Detail 解析（C-D 解析）との比較検討を行った。本報告は、これらの結果をまとめたものであり、その臨床的有用性について論じている。

2. 実験方法及び C-D 解析

2.1 解析対象画像

本研究では、単純な画像信号の集まりである CDRAD ファントム（視覚評価用ファントム）を用いることにした。このファントムを図 1 に示すように Flat Panel Detector（GE Healthcare Definium8000）上に固定し、さらにその上に X 線散乱体(画像ノイズ源)として厚さ 9mm のアクリル樹脂板（PMMA）を固定した。このような配置の下、X 線管電圧（＝110 kVp）及び撮影距離（＝180 cm）を一定にしたまま、0.5 mAs, 1.0 mAs, 1.6 mAs, 2.0 mAs, 2.5 mAs, 3.2 mAs, 4.0 mAs と変化させて C-D phantom の撮像を行った。

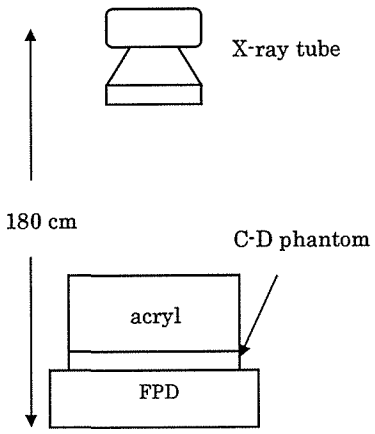

Fig. 1 Experimental apparatus

2.2 C-D 解析

C-D 解析法は、臨床現場で頻繁に用いられている画質の視覚評価法の一つで、本研究では以下の手順に従って C-D 解析を行った。

まず、2.1 節で述べた方法で得られた C-D 画像を各 mAs 値に対し、それぞれ 2 枚準備した。これらの画像を放射線科医 3 名に観察してもらい、各信号径に対し，どの高さの信号まで検出できるかを判定してもらった。こうして得られた観察結果は、信号径と検出できた信号の高さ（平均値）との関係、いわゆる、C-D ダイアグラムの形でまとめた。

一般に、C-D 解析を用いて視覚評価する際、その評価指標として *Image Quality Figure* (*IQF*) とよばれる代表値が用いられている。この指標は、(1)式で定義されており、

$$IQF = \sum_{i=1}^{n} C_i D_{i\min} \qquad (1)$$

C_i：画像信号の強度

D_{imin}：検出された画像信号径(mm)

この値が小さくなればなるほど、視覚的に画質の優れた（つまり、コントラスト分解能に優れた）画像であることを示している。そこで、本研究でもこの指標を視覚評価における代表値として用いることにし、後述する画質評価指標と比較検討した。

3. カオス理論に基づく画質評価法

3.1 リアプノフ指数による画質評価

複雑系数理におけるカオス性とは、上述したように決定論的システムが作り出す予測不可能なふるまい（現象）と定義されており、(2)式で与えられるリアプノフ指数が正の値を取るとき、その現象にカオス性があると言われている。

$$\lambda = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum \log \left| \frac{df(x)}{dx} \right| \quad f(x)\text{:信号関数} \quad (2)$$

また、この式を情報理論的な観点から考察すると、リアプノフ指数は、情報量の平均変化率を表しており、解析対象にカオス性がある場合、この値は平均的な情報損失量として捉えることができる。このことから、リアプノフ指数を画質の評価指標として用いれば、どの程度、画像情報が失われているかが評価でき、ディジタル医用画像の画質を情報理論的な視点から評価できることになる。そこで本研究では、画像信号部分における一次元濃度プロファイルからリアプノフ指数を求め、この値に基づいてC-D画像の画質評価を実施した。

3.2 あいまい度による画質評価

カオス理論を用いて、情報理論的に時系列現象を解析する際には、ポアンカレ平面、いわゆるリターンマップによる解析が基本となる。このポアンカレ平面と呼ばれる図形は、ある時点で発生した現象が次に発生する現象にどのような影響を及ぼしているかを表す図形であり、時系列現象の相関関係を解析する際に非常に役立つ。そこで本研究では、まず、図2に示すC-D画像の信号部分を抽出し、図3に示す画像信号部のピクセル値プロファイル（1×64 pixel）を取得した。次に、このピクセル値プロファイルをもとに、図4に示すポアンカレ平面を作成し、このポアンカレ平面をもとに遷移確率行列を求めた。そして、この遷移確率行列から、画像信号の不確実さ

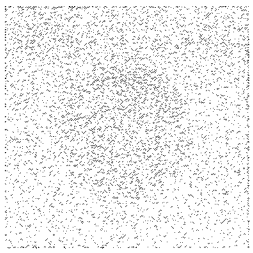

Fig.2 Signal image

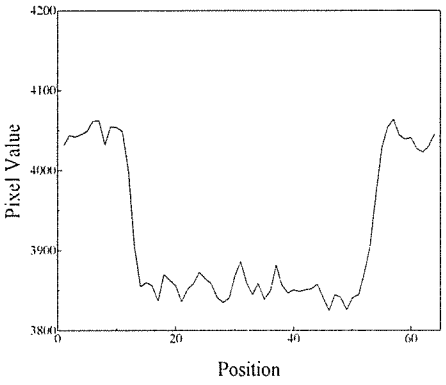

Fig. 3 Profile of signal image

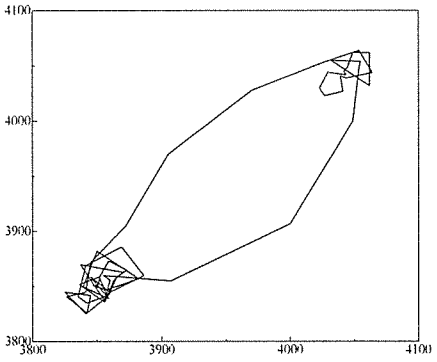

Fig.4 Return map

を表す条件付きエントロピー、すなわち、あいまい度を(3)式を用いて算出した。

$$H(x/y) = -\sum_{ij} p(j)p(i/j)\log p(i/j) \quad (3)$$

$p(j)$： j が起こる確率、$p(i/j)$：条件付き確率

以上の手順に従って、本研究では、各信号のあいまい度を求めた上で、C-D 画像の画質評価を行い、視覚評価との比較検討を行った。

4. 評価結果及び検討

4.1 リアプノフ指数による画質評価

図 5 は各 mAs 値におけるリアプノフ指数を示しており、信号強度とリアプノフ指数の関係もこの図に含めた。mAs 値一定の下では、リアプノフ指数は信号強度に関係なくほぼ一定であった（右上図）。このことから、mAs 値が定まれば、信号の大きさやコントラストに関係なく、リアプノフ指数はほぼ同じ値をとることがわかった。さらに、mAs 値との関係において、リアプノフ指数λは常にλ>0 となっている。以上のことから、ディジタル C-D 画像にはカオス性があるのではないかと考えられる。このようにディジタル C-D 画像にカオス性があるのは、X 線画像自体が透過画像であり、コンプトン散乱や光電効果と言った決定論的システムが働いた上で画像形成がなされている上、画像を再構成する際、様々な画像処理が行われているためにこのようなカオス性が現れたのではないかと考えられる。しかし、その詳細は今後の検討課題としたい。

また、リアプノフ指数は、mAs 値の増大と共に減少する傾向を示している。これは 3.1 節で述べたように、リアプノフ指数が、平均的な情報損失量を示していると言うことを考慮に入れると、mAs 値が小さいほど、情報損失量が多いということを意味しており、一般的な認識とよく合致している。そこで、この評価結果の信頼性を検討するため、視覚評価

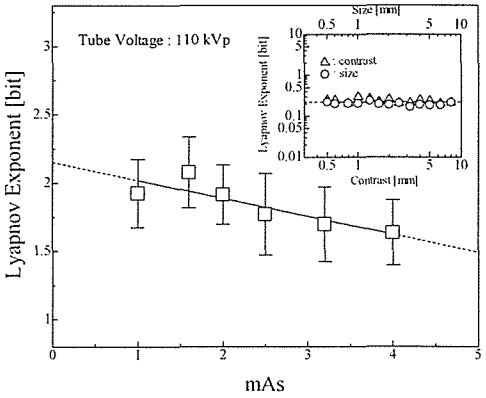

Fig.5 Relationship between Lyapnov exponent and mAs

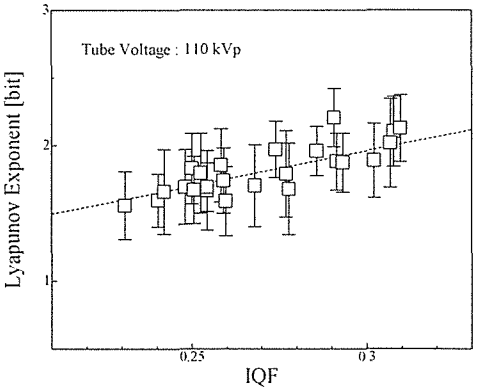

Fig.6 Relationship between Lyapnov exponent and IQF

指標である IQF との関係を求めた。その結果を図 6 に示す。リアプノフ指数と IQF との間には、比較的よい直線性が存在している。また、IQF は定義式からもわかるように、可視化できなかった信号量を反映した指標であることから、物理的な意味においても両者は非常に良く一致している。以上のことから、リアプノフ指数は、C-D 解析における IQF と等価な物理的指標であることが明らかとなり、このリアプノフ指数による画質評価には信頼性があると共に臨床的に有益な評価方法であることが示唆された。

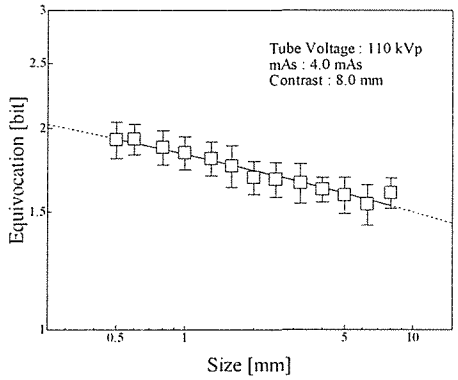

Fig.7 Relationship between equivocation and signal size

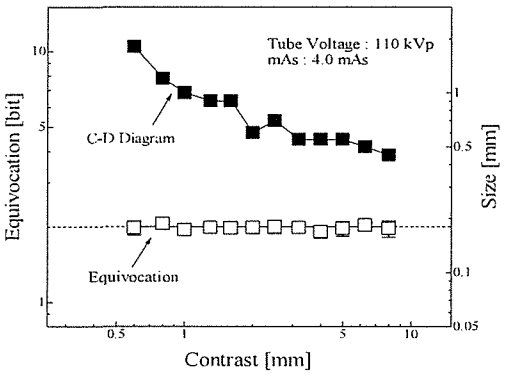

Fig.8 C-D diagram and equivocations

4.2 あいまい度による画質評価

図 7 は信号のサイズとあいまい度との関係を示したものである（信号コントラスト: 8.0 mm 一定、mAs 値: 4.0 mAs 一定)。あいまい度は、信号サイズの増加と共に減少する傾向を示した。この結果は、信号コントラストや mAs 値を変化させても同様であった。つまり、サイズの減少に従って、信号の不確実さが増していることを示している。これは、リアプノフ指数による画質評価と同様、視覚による評価とよく一致している。このことから、あいまい度は、視覚評価と類似した評価結果を与える物理的指標であることが明らかとなり、リアプノフ指数と同様、臨床的に有益な評価指標であることが示唆された。

以上の結果をふまえた上で、ある一つの興味が生まれてくる。それは、一体、どの程度まで画像情報が低下したら、視覚的に認識できなくなるのだろうか。換言すれば、どの程度、あいまい度が増加すれば、画像信号として認識できなくなるのだろうかという点である。そこで、C-D ダイアグラムの各測定点（信号認識の限界点）におけるあいまい度の算出を行った。図 8 は 4.0 mAs における C-D ダイアグラムとあいまい度の関係を示したものである。この図に示されているように、画像信

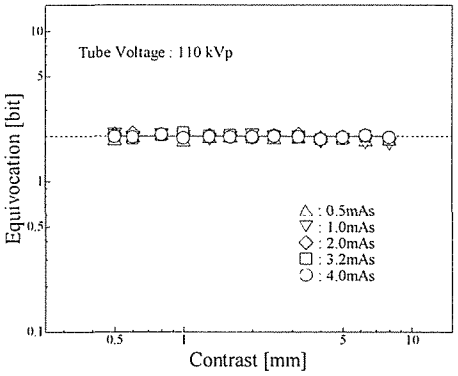

Fig.9 Equivocations on detection limits

号のコントラストが大きくなるに従って、識別可能な信号径も小さくなっている。これに対し、あいまい度は、識別限界の信号径に関係なく、ほぼ一定の値となっている。そこで、さらに詳細に検討を行うため、mAs 値をパラメータとして、画像信号のコントラストとあいまい度との関係を求めた。その結果を図 8 に示す。あいまい度は、mAs 値及びコントラストを変化させても、ほぼ一定の値をとることが明らかとなり、その値は約 2bit であることがわかった。このことから、画像信号が持つ情報量がある値、つまり、あいまい度に換算して 2bit 程度まで低下すると視覚的に認識

できなくなることが明らかとなった。しかし、これはあくまでも一条件（管電圧 110kV）での結果であり、全ての条件でこのような結果になるのかについては定かではない。今後の課題として、本研究以外の撮像条件で、撮で得られた C-D 画像について検討を行っていく予定である。

5. まとめ

本研究では、X 線ディジタル画像をカオス理論という概念を用いて解析し、リアプノフ指数及びあいまい度を指標とした画質評価法を考案した上で、X 線線量をパラメータとした画質の評価を行った。以下にその内容を要約する。

- リアプノフ指数は X 線ディジタル画像における平均情報損失量を表しており、画質の向上とともにその値は減少することがわかった。
- リアプノフ指数は C-D 解析の評価指標である IQF と等価な指標であり、視覚的な評価とも一致することが明らかとなった。
- あいまい度は信号の視覚的な分解能と相関関係にあり、視覚的にぎりぎり検出可能である信号におけるあいまい度は一定の値であった。

以上の結果から本研究で考案したリアプノフ指数及びあいまい度を指標とした画質評価法は、X 線ディジタル画像を評価する上で、有益な方法であることが確認できた。

最後に、本研究は平成 20 年度科学研究費助成金研究（基盤研究（C））の一環で行われたものである。

文 献

〔1〕 R. Shaw: The Dripping Faucet as A model Chaotic System. Aerial Press 1984

〔2〕 E. Ott: Strange attractors and chantic motions of dynamical systems. Rev. Mod. Phys. Vol. 53, No. 4 p654 1981

〔3〕 松葉 育雄: 複雑系の数理 朝倉書店 2004

〔4〕 宮川 洋: 情報理論 コロナ社 1979

〔5〕 C-D RAD ファントム 取扱説明書

The method entropy estimation in digital radiography with chaotic theory.

Takanori Ishiyama[*1], Kuniharu Imai[*1], Mitsuru Ikeda[*1], Yukihiro Enchi[*2]

*1 Department of Radiological Technology, Nagoya University School of Health Sciences

*2 Division of Radiological Technology, Osaka University Hospital

In this study, we have applied a chaotic theory to the evaluation of image quality of digital radiography, and devised a new method for evaluating the image quality. A commercially available CDRAD phantom was used as a target object. The C-D images were acquired at various mAs-values (0.5 - 4.0 mAs) and 110 kVp with a flat panel detector system. Lyapnov exponent and equivocation devised from the chaos theory were employed as physical indices for evaluating the image quality of the C-D images. Furthermore, we performed the C-D analysis in which three radiologists participated. The digital C-D images were characterized by this chaos model. The Lyapnov exponents were equivalent to IQF in the C-D analysis. The equivocation reduced depending on the increase in the image contrast. Therefore, our devised method was found to be clinically useful.

Key words: Chaotic theory, Information theory, Lyapnov exponent, Equivocation